Inspectoratul Şcolar Judeţean
Harghita

Varianta 2

Olimpiada de matematică – clasa a VI-a
etapa zonală – 11 februarie 2012

1. Să se calculeze:

a) $1512+\frac{3}{2}+\frac{5}{4}+\frac{7}{6}+...+\frac{1001}{1000}-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+...+\frac{1}{1000}\right)$

b) $\frac{3+6+9+12+...+153}{4+8+12+...+204}$

2. Să se demonstreze:

a) $(2^n \cdot 15^{n+1} + 6^n \cdot 5^{n+2} - 10^n \cdot 3^{n+2})$ este divizibil cu 31, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}$.

b) dacă $(n-4) \mid 13$, atunci $(7n+11) \mid 13$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

3. a) Să se demonstreze că *2n+3* şi *3n+4* sunt prime între ele pentru orice număr natural *n*.

b) Determinaţi numerele naturale *a, b, c* dacă

$a^b \cdot b^c \cdot c^a = 10368$.

4. Pe semidreapta *[OX* luăm punctele *A, B şi C*. Fie *M, N şi P* mijloacele segmentelor $[BC]$, $[CA]$ respectiv $[AB]$. Să se demonstreze că *OA+OB+OC = OM+ON+OP*.

5. Fie *O* un punct pe dreapta *AB*. În acelaşi semiplan luăm semidreptele perpendiculare *[OC* şi *[OD* astfel încât *[OC* să fie în interiorul unghiului $\angle AOD$. Să se demonstreze că măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor $\angle AOD$ şi $\angle BOC$ este constantă.

Csuszner Jolán (1, 3, 4, 5), Constantinescu Ágnes (2)